Esame di maturità Corso Geometri as 1972/1973
Topografia

Sono note le coordinate cartesiane ortogonali dei vertici A,B,C,di una falda triangolare piana di terreno:

$$A \equiv \begin{cases} X_a = m\ 30{,}00 \\ Y_a = m\ 110{,}00 \end{cases} \quad B \equiv \begin{cases} X_b = m\ 40{,}00 \\ Y_b = m\ 40{,}00 \end{cases} \quad C \equiv \begin{cases} X_c = m\ 160{,}00 \\ Y_c = m\ 60{,}00 \end{cases}$$

nonchè le relative quote:

$$Q_a = m\ 120{,}00 \qquad Q_b = m\ 125{,}00 \qquad Q_c = m\ 125{,}70$$

Si vuole costruire un canale il cui asse MN corra parallelamente al lato BC e in modo che l'estremo M, posto sul lato AB, disti m 50,00 dal vertice A.

Si determinino:

a) le coordinate planimetriche dei punti M ed N d'incontro di tale asse con i lati AB e AC;

b) la pendenza del canale MN;

c) le aree delle due superfici AMN e MNCB in cui resta divisa la falda ABC;

d) la quota dello spianamento orizzontale di compenso tra i volumi di sterro e quelli di riporto,relativo al trapezio MNCB.

Si esegua,inoltre,il disegno quotato,nella scala che si ritiene più opportuna.

Soluzione

SOLUZIONE ANALITICA

$tg(AB) = \frac{X_B - X_A}{Y_B - Y_A}$; $\overline{AB} = \frac{X_B - X_A}{sen(AB)}$ $tg(AC) = \frac{X_C - X_A}{Y_C - Y_A}$; $\overline{AC} = \frac{X_C - X_A}{sen(AC)}$

$C\hat{A}B = \alpha = (AB) - (AC)$; $2S_{ABC} = (Y_A)\cdot(X_C - X_B) + Y_C(X_B - X_A) + Y_B(X_A - X_C)$

oppure: $S_{ABC} = \frac{1}{2}\,\overline{AB}\cdot\overline{AC}\cdot sen\,\alpha$

$x_M = \overline{AM}\ sen(AB)$ $y_M = \overline{AM}\cdot\cos(AB)$

$X_M = X_A + x_M$ $Y_M = Y_A + y_M$ $(CA) = (AC) + 180°$

$tg(CB) = \frac{X_B - X_C}{Y_B - Y_C}$; $\overline{CB} = \frac{X_B - X_C}{sen(CB)}$; $B\hat{C}A = \gamma = (CA) - (CB)$

$\overline{AN} = \frac{\overline{AM}\ sen(\alpha+\gamma)}{sen\,\gamma}$; $\overline{MN} = \frac{\overline{AM}\ sen\,\alpha}{sen\,\gamma}$ $x_N = \overline{AN}\cdot sen(AC)$; $y_N = \overline{AN}\cos(A$

$X_N = X_A + x_N$; $Y_N = Y_A + y_N$

$\Delta_{AB} = Q_B - Q_A = 5{,}00$ m.

$\Delta_{AC} = Q_C - Q_A = 5{,}70$ m. $\Delta_{AM} = \frac{\Delta_{AB}\,\overline{AM}}{\overline{AB}}$; $\Delta_{AN} = \frac{\Delta_{AC}\cdot\overline{AN}}{\overline{AC}}$

$Q_M = Q_A + \Delta_{AM}$; $Q_N = Q_A + \Delta_{AN}$ $\Delta_{MN} = Q_N - Q_M$

$S_{AMN} = \frac{1}{2}\,\overline{AM}\cdot\overline{AN}\cdot sen\,\alpha$ $S_{MNCB} = S_{ABC} - S_{AMN}$

SOLUZIONE NUMERICA

$tg(AB) = \frac{10}{-70}$

Log 10	1.00000
CoLog 70	$\bar{2}$,15490
Log tg(AB)	$\bar{1}$,15490 (2° quadr)
(AB)'	8°07'48"

Log 10	1 00000
CoLog sen AB	0.84949
Log $\overline{AB}$	1,84949
$\overline{AB}$=c	m. 70,71

$(AB) = 180° - 8°07'48'' = 171°52'12''$

$tg(AC) = \frac{130}{-50} = -2{,}6$ (2° quadr)

$(AC)' = 68°57'45''$ $(AC) = 180° - (AC)' = 111°02'15''$; $\alpha = (AB) - (AC) = 60°49'5$

Log 130	2,11394
CoLog sen(AC)	0.02996
Log $\overline{AC}$	2,14390
$\overline{AC}$=b	m 139,28

$2S_{ABC} = 110\times120 + 60\times10 + 40\cdot(-130) = $ mq 4300

$x_M = 50\times0{,}14142 = $ m. 7.07 $X_M = 30{,}00 + 7{,}07 = 37{,}0$

$Y_M = 50\times(-0{,}98995) = -49{,}50$ $Y_M = 110{,}00 - 49{,}50 = 60{,}5$

$(CA) = 111°02'15'' + 180° = 291°02'15''$

$tg(CB) = \frac{-120}{-20} = 6{,}00$ (3° quadr); $(CB)' = 80°32'15''$; $(CB) = 180° + (CB)' = 260°32'15'$

$\gamma = 291°02'15'' - 260°32'15'' = 30°30'$ $\alpha + \gamma = 91°19'57''$

Log 120	2,07918
colog sen (CB)	0,00595
Log $\overline{CB}$	2,08513
$\overline{CB} = a$	m 121,66

Log $\overline{AM}$	1,69897
Log sen$(\alpha+\gamma)$	$\bar{1}$,99988
Colog sen γ	0,29453
Log $\overline{AN}$	1,99338
$\overline{AN}$	m. 98,49

Log $\overline{AM}$	1,69897
Log sen α	$\bar{1}$,94112
Colog sen γ	0,29453
Log $\overline{MN}$	1,93462
$\overline{MN}$	m. 86,02

Log $\overline{AN}$	1,99338
Log sen (AC)	$\bar{1}$,97004
Log x_N	1,96342
x_N	m. 91,92

Log $\overline{AN}$	1,99338
Log cos(AC)	$\bar{1}$,55507 (n)
Log y_N	1,54845 (n)
y_N	− 35,355 m.

Log Δ_{AB}	0,69897
Log $\overline{AM}$	1,69897
Colog $\overline{AB}$	$\bar{2}$,15051
Log Δ_{AM}	0,54845
Δ_{AM}	3,535

$X_N = 30{,}00 + 91{,}92 = 121{,}92$ m.

$Y_N = 110{,}00 - 35{,}355 = 74{,}645$ m.

$Q_M = 120{,}00 + 3{,}535 =$ m. 123,535

Log Δ_{AC}	0,75587
Log $\overline{AN}$	1,99338
Colog $\overline{AC}$	$\bar{3}$,85610
Log Δ_{AN}	0,60535
Δ_{AN}	m. 4,030

$Q_N = 120{,}00 + 4{,}03 = 124{,}03$

Log $\overline{AM}$	1,69897
Log $\overline{AN}$	1,99338
Log sen α	$\bar{1}$,94112
Colog 2	$\bar{1}$,69897
Log S_{AMN}	3,33244
S_{AMN}	mq. 2150

$\overline{BM} = \overline{AB} - \overline{AM} =$ m. 20,71

$A\hat{B}C = \beta = (AB)' + (CB)' = 88°40'03''$

$S_1 = \frac{1}{2}\, \overline{BM} \cdot \overline{BC} \cdot \text{sen}\, \beta$

$S_{MNCB} = 4300 - 2150 =$ mq. 2150

$S_2 = S_{MNCB} - S_1$

Colog 2	$\bar{1}$,69897
Log $\overline{BM}$	1,31618
Log $\overline{BC}$	2,08513
Log sen β	$\bar{1}$,99988
Log S_1	3,10016
S_1	mq. 1259

$S_2 = 2150 - 1259 =$ mq. 891

NOTA. - Si assume un piano orizzontale di riferimento di quota m. 123,00 e si calcola il volume dello strato di terra sovrastante

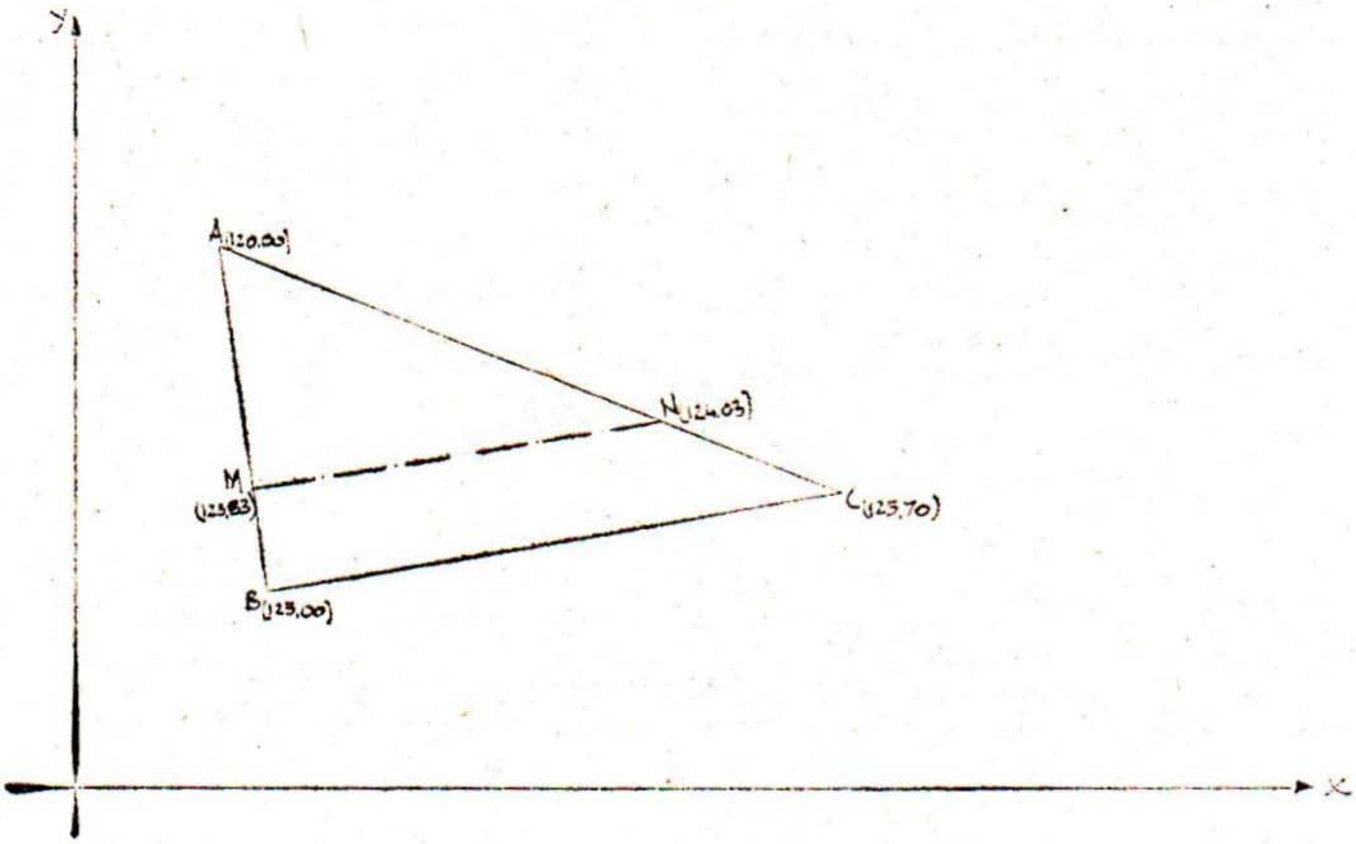
$$V_1 = S_1 \frac{0{,}535 + 2{,}00 + 2{,}70}{3} = 1259 \times 1{,}745 = \text{mc. } 2197$$

$$V_2 = S_2 \frac{0{,}535 + 1{,}03 + 2{,}70}{3} = 891 \times 1{,}422 = \text{mc. } 1267$$

Volume totale = mc. 3464

$$h = \frac{V_{tot}}{S_{MNCB}} \qquad h = \frac{3464}{2150} = \text{m. } 1{,}61$$

$H =$ m. 23,00 + 1,61 = m. 124,61 (quota del piano orizzontale di compenso tra i volumi di sterro e di riporto).



Pendenza del canale: $p = \frac{Q_N - Q_M}{\overline{MN}} = 0,00575.$