



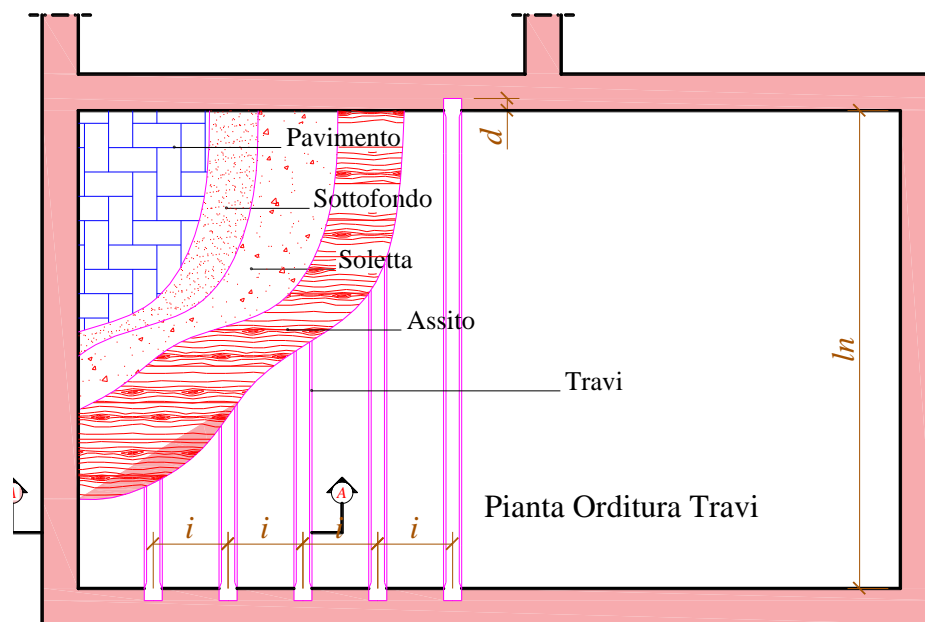
| MATERIA | COMPITO IN CLASSE N.3 | DATA | CLASSE | ALLIEVO | N |
|---------------------------------------|-----------------------|------------|-------------------|---------|---|
| PROGETTAZIONE, COSTRUZIONI E IMPIANTI | STRUTTURE IN LEGNO | 20.02.2020 | IV ^a B | | |

Nell'ambito dell'accertamento della idoneità statica di un edificio è richiesto il controllo della capacità portante del solaio in figura secondo le NTC 2018. Dai rilievi e dagli esami eseguiti è risultato che:

- le travi in legno possono essere equiparate a legno massiccio (conifere), massiccio non resinoso (latifoglie), lamellare incollato;
- che dalla stratigrafia sono risultati i carichi permanenti
 - o $G_1 = 1.50 + n/13 = \underline{\hspace{2cm}}$ kN/m
 - o $G_2 = 2.50 + n/13 = \underline{\hspace{2cm}}$ kN/m
- la categoria d'uso prevede un sovraccarico A₁, B₂, C₂,
- gli elementi geometrici delle travi sono:
 - o luce netta $l_n = 3.90 + n/13 = \underline{\hspace{2cm}}$ m
 - o interasse $i = 0.60 + n/13 = \underline{\hspace{2cm}}$ m
 - o base $b = 16.00 + n/13 = \underline{\hspace{2cm}}$ cm
 - o altezza $h = 24.00 + n/13 = \underline{\hspace{2cm}}$ cm
 - o presa appoggio $d = 12$ cm.

Assegnati, liberamente, gli elementi mancanti utili per il calcolo, eseguire:

- la verifica allo stato limite ultimo a flessione e taglio e a compressione nella presa di appoggio;
- la verifica allo stato limite di esercizio;



Griglia di valutazione prova recupero giudizio sospeso

| INDICATORI | DESCRITTORI | | | | | | | Tot |
|--|---|------------|--------|----------------|-------------|----------|--------|-----|
| | | non svolto | scarso | Insufficiente. | Sufficiente | discreto | ottimo | |
| Correttezza e proprietà del linguaggio specifico | Conoscenze dei contenuti | 0 | 0.5÷1 | 1 | 1÷1.5 | 1.5÷2 | 2 | |
| | Padronanza nell'uso delle corrette procedure di calcolo | 0 | 0.5÷1 | 1 | 1÷1.5 | 1.5÷2 | 2÷3 | |
| | Correttezza e completezza delle soluzioni proposte | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | |
| | | | | | | | | |

| Esercizio n. 1 "Verifica SLU" | n° | ln | i | G ₁ | G ₂ | Qk ₁ |
|-------------------------------|----|------|------|----------------|----------------|-----------------|
| | | m | m | kN/m | kN/m | kN |
| | 0 | 3,90 | 0,60 | 2,00 | 3,50 | 3,00 |

| Tabella 2.6.1 – Coefficienti (NTC 2018) | | Combinazione di carico | |
|---|------|---|--|
| 2) Carichi permanenti sfavorevoli - γG ₁ = | 1,30 | Combinazione 1: Permanente | |
| 4) Carichi permanenti non strutturali (1) sfavorevoli - γG ₂ = | 1,50 | $(\gamma_{G1} \cdot G_1 + \gamma_{G2} \cdot G_2) \cdot i = (1,30 \times 2,00 + 1,50 \times 3,50) \times 0,60 = 4,71$ kN/m | |
| 6) Carichi variabili sfavorevoli - γQ _i = | 1,50 | Combinazione 2: media durata | |
| | | $(\gamma_{G1} \cdot G_1 + \gamma_{G2} \cdot G_2 + \gamma_{Q1} \cdot Q_{k1}) \cdot i = (1,30 \times 2,00 + 1,50 \times 3,50 + 1,50 \times 3,00) \times 0,60 = 7,41$ kN/m | |

Fd (permanente)/Kmod = 4,71/0,60 = 7,85
 Fd (medio)/Kmod = 7,41/0,80 = 9,26

la combinazione di carico a media durata determina la situazione più sfavorevole,
 luce di calcolo → l = ln · 1,05 = 3,9 × 1,05 = 4,10 m

| | Y _{G1} · G ₁ | Y _{G2} · G ₂ | Y _{Q1} · Q _{k1} | CC 2 |
|--|----------------------------------|----------------------------------|-----------------------------------|------------|
| Y _A = Y _B = Fd · l/2 → | 3,19 | 6,45 | 5,53 | 15,17 kN |
| T _A = - T _B = Y _A → | 3,19 | 6,45 | 5,53 | 15,17 kN |
| M _{max} (l/2) = Fd · l ² /8 → | 3,27 | 6,60 | 5,66 | 15,53 kN·m |

| Resistenze Caratteristiche | | Resistenze di Progetto | |
|-------------------------------|--|---|-------------------------|
| flessione | f _{m,k} = 24,00 N/mm ² → | f _{m,d} = (Kmod · f _{m,k} / γ _M) = (0,80 × 24,00 / 1,50) = | 12,80 N/mm ² |
| Taglio | f _{v,k} = 2,50 N/mm ² → | f _{v,d} = (Kmod · f _{v,k} / γ _M) = (0,80 × 2,50 / 1,50) = | 1,33 N/mm ² |
| compressione ⊥ alla fibratura | f _{c,90,k} = 2,50 N/mm ² → | f _{c,90,d} = (Kmod · f _{c,90,k} / γ _M) = (0,80 × 2,50 / 1,50) = | 1,33 N/mm ² |

| Modulo elastico | |
|--------------------------------------|---|
| modulo elastico medio // alle fibre | E _{0,mean} = 11000 N/mm ² |
| modulo elastico carat. // alle fibre | E _{0,05} = 7400 N/mm ² |
| modulo elastico medio ⊥ alle fibre | E _{90,mean} = 370 N/mm ² |
| modulo di taglio medio | G _{mean} = 690 N/mm ² |

| Massa volumica | |
|-------------------------------|--|
| massa volumica caratteristica | ρ _k = 350 kg/m ³ |
| massa volumica media | ρ _m = 420 kg/m ³ |

Figura 4.4.1 - Assi dell'elemento

(nell'esercizio non è necessario perché sono noti b e h) Calcolo di Progetto

M_{max} (media durata) = 15,53 kN·m

posto kh = 1 e sez. rettangolare km = 0,7

W_y = (M_d / f_{m,y,d}) · (km/kh) = (15,53 × 10⁶ / 12,80) × (0,70/1) = 849.423,17 mm³

per una sezione rettangolare posto b/h = 0,70

W_y = b · h²/6 = 0,70 · h³/6 → h = $\sqrt[3]{(6 \cdot W_y / 0,70)}$ = 194 mm

b = 0,70 · h = 0,70 × 193,82 = 136 mm

Adotto una sezione commerciale

| b | h | A=b·h | W _y =b·h ² /6 | J _y =b·h ³ /12 | W _z =h·b ² /6 | J _z =h·b ³ /12 |
|--------|--------|-----------------|-------------------------------------|--------------------------------------|-------------------------------------|--------------------------------------|
| mm | mm | mm ² | mm ³ | mm ⁴ | mm ³ | mm ⁴ |
| 160,00 | 240,00 | 38.400 | 1.536.000 | 184.320.000 | 1.024.000 | 81.920.000 |

Verifica SLU Flessione Retta

σ_{m,y,d} = M_y/W_y = 15,53 × 10⁶ / 1.536.000,00 = 10,11 N/mm²

σ_{m,z,d} = M_z/W_z = 0,00 × 10⁶ / 1.024.000,00 = 0,00 N/mm²

km (sez. rettangolare) = 0,70

h > 150 mm → kh = 1,00

$$k_m \cdot \frac{\sigma_{m,y,d}}{f_{m,y,d} \cdot k_h} + \frac{\sigma_{m,z,d}}{f_{m,z,d} \cdot k_h} = 0,70 \times 10,11 / (12,80 \times 1,00) + 0,00 / (13 \times 1,00) = 0,55 < 1 \text{ VERIFICATO}$$

$$\frac{\sigma_{m,y,d}}{f_{m,y,d} \cdot k_h} + k_m \cdot \frac{\sigma_{m,z,d}}{f_{m,z,d} \cdot k_h} = 10,11 / (12,80 \times 1,00) + 0,70 \times 0,00 / (13 \times 1,00) = 0,79 < 1 \text{ VERIFICATO}$$

Verifica SLU Taglio

τ_{v,d} = τ_{z,d} = 3/2 · T/A = 3/2 × 15,17 × 10³ / 38.400,00 = 0,59 N/mm²

$\frac{\tau_v}{f_{v,d}} = 0,59 / 1,33 = 0,44 < 1 \text{ VERIFICATO}$

Verifica compressione superficie appoggio

f_{c,90,d} = (Kmod · f_{c,90,k} / γ_M) = (0,80 × 2,50 / 1,50) = 1,33 N/mm²

N_{c,90,d} = Y_A = 15,17 kN

presa di appoggio

b = 160,00 mm

d = x = 120,00 mm

$$\sigma_{c,90,d} = \frac{2 \cdot N_{c,90,d}}{(b \cdot d)} = 2 \times 15,17 \times 10^3 / (160,00 \times 120,00) = 1,58 \text{ N/mm}^2$$

$$\frac{\sigma_{c,90,d}}{f_{c,90,d}} = 1,58 / 1,33 = 1,19 \text{ N/mm}^2 > 1 \text{ NON VERIFICATO}$$

| Esercizio n.2 - "Verifica SLE" | n° | ln | i | G ₁ | G ₂ | Qk ₁ |
|--------------------------------|----|------|------|----------------|----------------|-----------------|
| | | m | m | kN/m | kN/m | kN |
| | 0 | 3,90 | 0,60 | 2,00 | 3,50 | 3,00 |
| | | 3,90 | 0,60 | 2,00 | 3,50 | 3,00 |

| Tabella 2.5.1 – Valori dei coefficienti di combinazione | ψ _{0j} | ψ _{1j} | ψ _{2j} |
|---|-----------------|-----------------|-----------------|
| 02 - Categoria B - Uffici | 0,7 | 0,5 | 0,3 |
| 09 - Vento | 0,60 | 0,20 | 0,00 |
| 10 - Neve (a quota ≤ 1000 m s.l.m.) | 0,50 | 0,20 | 0,00 |
| 11 - Neve (a quota > 1000 m s.l.m.) | 0,70 | 0,50 | 0,20 |
| 13 - Variazioni termiche | 0,60 | 0,50 | 0,00 |

Verifica Stato Limite di Esercizio «SLE»

combinazione di carico rara

$$F_d = (G_1 + G_2 + P + Q_{k1} + \psi_{02} \cdot Q_{k2} + \psi_{03} \cdot Q_{k3} + \dots) \cdot i = (2,00 + 3,50 + 0,00 + 3,00 + \dots) \cdot 0,60 = 5,10 \text{ kN/m} \equiv \text{N/m}$$

Combinazione di carico quasi permanente

$$F_d = G_1 + G_2 + \psi_{21} \cdot Q_{k1} + \psi_{22} \cdot Q_{k2} + \psi_{23} \cdot Q_{k3} + \dots = 2,00 + 3,50 + 0,30 \cdot 3,00 + \dots = 3,84 \text{ kN/m} \equiv \text{N/m}$$

| b | h | A=b·h | W _y =b·h ² /6 | J _y =b·h ³ /12 | W _z =h·b ² /6 | J _z =h·b ³ /12 |
|--------|--------|-----------------|-------------------------------------|--------------------------------------|-------------------------------------|--------------------------------------|
| mm | mm | mm ² | mm ³ | mm ⁴ | mm ³ | mm ⁴ |
| 160,00 | 240,00 | 3,8E+04 | 1,5E+06 | 1,8E+08 | 1,0E+06 | 8,2E+07 |

luce di calcolo → $l = l_n \cdot 1,05 = 3,9 \cdot 1,05 = 4,10 \text{ m}$

freccia massima trave semplicemente appoggiata →

$$w = \frac{5}{384} \cdot \frac{q \cdot l^4}{E \cdot J_y}$$

Valori limite per le frecce di inflessione delle travi "UNI EN 1995-1-1" EuroCodice

- W_c è la monta della trave (se applicata);
- W_{inst} è la freccia istantanea;
- W_{creep} è la freccia viscoelastica (differita);
- W_{fin} è la freccia finale;
- $W_{net,fin}$ è la freccia finale netta

$$W_{net,fin} = W_{inst} + W_{creep} - W_c = W_{fin} - W_c$$

| legno massiccio | Modulo elastico C24 |
|--------------------------------------|--|
| modulo elastico medio // alle fibre | E 0,mean = 11.000,00 N/mm ² |
| modulo elastico carat. // alle fibre | E 0,05 = 7.400,00 N/mm ² |
| modulo elastico medio ⊥ alle fibre | E 90,mean = 370,00 N/mm ² |
| modulo di taglio medio | G mean = 690,00 N/mm ² |

la freccia istantanea " w_{inst} " si calcola con riferimento alla combinazione di carico rara

$$w_{inst} = 5/384 \times 5,10 \times (4,10 \times 10^3)^4 / (11.000,00 \times 184.320.000,00) = 9,21 \text{ mm}$$

la freccia differita " w_{creep} " si calcola con riferimento alla combinazione quasi permanente

| Tabella 4.4.V - Valori di kdef per legno e prodotti strutturali a base di legno | Cl. servizio | kdef |
|--|--------------|--|
| 1. Legno massiccio (EN 14081-1) | 1,00 | 0,60 |
| $E_{0,mean-rid} = E_{0,mean} / (k_{def}) = 11.000,00 / 0,60 = 18.333,33 \text{ N/mm}^2$ | | |
| $w_{creep} = 5/384 \cdot F_d \cdot l^4 / (E_{0,mean-rid} \cdot J_x) = 5/384 \times 3,84 \times (4,10 \times 10^3)^4 / (18.333,33 \times 184.320.000,00) = 4,16 \text{ mm}$ | | |
| w_c - controfercia (monta della trave) | | $W_c = 0,00 \text{ mm}$ |
| $w_{net,fin}$ - freccia finale netta. | | $w_{net,fin} = w_{inst} + w_{creep} - w_c = 9,21 + 4,16 - 0,00 = 13,37 \text{ mm}$ |

Valori limite per le frecce di travi

1) $W_{inst} \leq l/300$ $W_{inst} = 9,21 \text{ mm} < l/300 = 4.095/300 = 13,65 \text{ mm}$ - VERIFICATO

1) $W_{fin,net} \leq l/200$ $W_{fin} = 13,37 \text{ mm} < l/200 = 4.095/200 = 20,48 \text{ mm}$ - VERIFICATO

L = luce dell'elemento;

L = 2s nel caso di mensole, s (sbalzo)

| con riferimento all'EC5 - le deformazione può essere calcolata: | | |
|---|---|---------------------------|
| $w_{inst}/F_d = 5/384 \cdot l^4 / (E_{0,mean} \cdot J_x) = 5/384 \times (4,10 \times 10^3)^4 / (11.000,00 \times 184.320.000,00) = 1,81 \text{ mm/N}$ | | |
| $W_{fin,G} = W_{inst,G} \cdot (1 + k_{def})$ | $w_{fin,G} = w_{inst}/F_d \cdot [(G_1+G_2) \cdot i] \cdot (1+k_{def}) = 1,81 \times [(2,00+3,50) \times 0,60] \times (1+0,60) = 9,54 \text{ mm}$ | |
| $W_{fin,Q1} = W_{inst,Q1} \cdot (1 + \psi_{2,1} \cdot k_{def})$ | $w_{fin,Q1} = w_{inst}/F_d \cdot (Q_{k1} \cdot \psi_{2,1}) \cdot (1+\psi_{2,1} \cdot k_{def}) = 1,81 \times (3,00 \times 0,60) \times (1+0,30 \times 0,60) = 3,84 \text{ mm}$ | |
| $W_{fin,Qj} = W_{inst,Qj} \cdot (\psi_{0,i} + \psi_{2,1} \cdot k_{def})$ | | 0,00 mm |
| $W_{fin} = W_{fin,G} + W_{fin,Q1} + \sum W_{fin,Qj}$ | | 9,54+3,84+0,00 = 13,37 mm |

| valori limite per le frecce di travi | W_{inst} | $W_{net,fin}$ | W_{fin} |
|--------------------------------------|------------------|------------------|------------------|
| Trave su due appoggi | da l/300 a l/500 | da l/250 a l/350 | da l/150 a l/300 |
| Travi a mensola | da l/150 a l/250 | da l/125 a l/175 | da l/75 a l/150 |